Mathematische Beweisprinzipien:

Vor: (Voraussetzung) a (a ist W)
Beh: (Behauptung) b (b ist W)
Beweis: ...

Direckter Beweis:
$a(W) \text{ -> } b_1(W) \text{ -> } b_2(W) \text{ -> } \ldots \text{ -> } b(W)$
Indirekter Beweis:
(a => b) <=> (¬a => ¬b)
Vollständige Induktion:
1) IA:
Beh: $A(n_0)$ wahr
Bew: (direkt, indirekt)
2) IS:
Vor: A(n) wahr
Beh: A(n + 1) wahr
Bew: (direkt, indirekt)

Potenzen, Wurzeln:
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
$a^m : a^n = a^{m-n}$
$a^n \cdot a^n = (ab)^n$
$a^n : b^n = (a:b)^n$
$(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$

$\sqrt[n]{a}\;\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[kn]{a^{km}}$
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$
$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$

Logarithmen:
$x = \log_b a \quad b^x = a \ (\log_b b = 1;\ \log_b 1 = 0)$
$\log (u\, v) = \log u + \log v$
$\log u^n = n \ \log u$
$\log (u:v) = \log u - \log v$
$\log_{10} x = \lg x;\ \log_e x = \ln x;\ \log_2 x = \mathrm{lb}\, x$

Umrechnung:

$\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)} \qquad$ für b > 0

Fakultät: $n! := 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$
$0! := 1$
Binominalkoefizienten:
$$\binom{k}{n} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Kombinatorik:
1) n! Möglichkeiten n Objekte auf n Plätzen anzuordnen
2) n über k Möglichkeiten aus n Elementen k auszuwählen

Mengenoperationen:
A B (x A x B)
(A ist (echt) in B enthalten)
A = B (x A x B)
(A und B sind gleich)
A B ((A B) (A = B))
A \ B {x|(x A) (x B)}
(A minus B)
A B := {x|(x A) (x B)}
(A geschnitten B)
A B := {x|(x A) (x B)}
(A vereinigt B)

Potenzmenge:
P(A) = Menge aller Teilmengen von A
|A| = Anzahl der Elemente in A
$|A| = n \quad |P(A)| = 2^n$
$|A_1| = |A_2| \quad A_1$ u. A_2 sind gleichmächtig
|M| |N| (abzählbar)
|M| < |N| (endlich)
|M| = |N| (abzählbar unendlich)
|M| > |N| (uberabzählbar)

Hinweise zum Rechen mit reellen Zahlen:

Betäge: |x-2| + |x+7| = 10
4 Fälle Fallunterscheidung!

Wurzelgleichungen: $\sqrt{x+7} - 3x = 10$
quadrieren und Lösung prüfen.
(weil keine äquiv. Umwandlung)

Produkte von Vektoren:

Skalarprodukt:

$c = \vec{a}\,\vec{b} = (\vec{a}, \vec{b}) := \sum_{i=1}^{n} a_i b_i = a_1b_1 + a_2b_2 + \ldots + a_nb_n$

$(\vec{a}, \vec{b}) = |a||b|\cos(\ \ )$; $\ \ = \ \ (\vec{a}, \vec{b})$ mit $0 \qquad < 180°$

Projektion: $\vec{b}_a = |\vec{b}_a|\vec{e}_a = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{a}|} \ \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

Kreuzprodukt im R^3:

$\vec{c} := \vec{a} \quad \vec{b}$

1) $\vec{c}$ steht senkrecht auf $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ($\vec{c} \quad \vec{a} \quad \vec{c} \quad \vec{b}$)
2) $|\vec{c}|$ = Flächeninhalt des durch $\vec{a}$ und $\vec{b}$ augespannten Parallelogramms d.h. ($|\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin(\ \ )$)

Berechnung:

$$(\vec{a} \quad \vec{b}) = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{matrix} a_2b_3 - b_2a_3 \\ -(a_1b_3 - b_1a_3) \\ a_1b_2 - b_1a_2 \end{matrix}$$

Geraden:

Parameterdarstellung:

1) Punkt-Richtungsform
   $g = \{P \quad R^n | P = P_1 \qquad \overrightarrow{P_1P_2}, \qquad R\}$
   P_1 = Aufpunkt, $\overrightarrow{P_1P_2}$ = Richtungsvektor
2) 2-Punktform
   $g = \{P \quad R^n | P = P_1 \qquad (\overrightarrow{0P_2} - \overrightarrow{0P_1}), \qquad R\}$

nicht parametrische Form:

$g = \{P = \binom{x}{y} \quad R^2 |\ y = ax + b\}$

Abstand eines Punktes von einer Geraden:

Der Abstand eines Punktes Q mit dem Ortsvektor $\vec{r}_Q$ von einer Geraden g mit der Gleichung $\vec{r}(\ \ ) = \vec{r}_1 + \ \ \vec{a}$ läßt sich wie folgt berechen

$$d = \frac{|\vec{a} \quad (\vec{r}_Q - \vec{r}_1)|}{|\vec{a}|}$$

Lage zweier Geraden zueinader:

$g_1 = \{P|P = P_1 + \ \ \vec{a}_1, \qquad R\}$
$g_2 = \{Q|Q = P_2 + \ \ \vec{a}_2, \qquad R\}$

1) $g_1 \parallel g_2 \qquad \vec{a}_1 \parallel \vec{a}_2 \qquad \vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 = \vec{0} \qquad \vec{a}_1 = \ \ \vec{a}_2$
2) $g_1 = g_2 \qquad \vec{a}_1 \parallel \vec{a}_2 \quad \overrightarrow{P_1P_2} \parallel \vec{a}_1 \qquad \vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 = \vec{0}$
   $\overrightarrow{P_1P_2} \quad \vec{a}_1 = \vec{0}$
3) $g_1 \times g_2 \qquad \vec{a}_1 \nparallel \vec{a}_2 \qquad \vec{a}_1, \vec{a}_2, \overrightarrow{P_1P_2}$ liegen in einer Ebene $\quad \vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \vec{0} \quad [\vec{a}_1, \vec{a}_2, \overrightarrow{P_1P_2}] \quad 0$
4) $g_1 \not\times g_2 \qquad \vec{a}_1 \nparallel \vec{a}_2 \qquad \vec{a}_1, \vec{a}_2, \overrightarrow{P_1P_2}$ liegen nicht in einer Ebene $\quad \vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \vec{0} \quad [\vec{a}_1, \vec{a}_2, \overrightarrow{P_1P_2}] \quad 0$

Abstand zweier windschiefer Geraden:

Der Abstand zweier windschiefer Geraden g1 und g2 mit den Gleichungen $\vec{r}(\ _1) = \vec{r}_1 + \ \ _1\vec{a}_1$ und $\vec{r}(\ _2) = \vec{r}_2 + \ \ _2\vec{a}_2$ läßt sich wie folgt berechen:

$$d = \frac{|[\vec{a}_1, \vec{a}_2, (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)]}{|\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2|}$$

Spatprodukt:

$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \vec{a} \ \ (\vec{b} \quad \vec{c})$

1) $|[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]|$ gibt das Volumen des aufgespannten Parallelepipeds an.
2) $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0 \qquad \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ liegen in einer Ebene

Berechnung:

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \left|\begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{matrix}\right|\begin{matrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{matrix}\right|$$

Eigenschaften der Produkte von Vektoren:

1) $\vec{a} \quad \vec{b} = 0 \qquad \vec{a} \quad \vec{b}$
2) $\vec{a} \quad \vec{b} = 0 \qquad \vec{a} \parallel \vec{b}$
3) $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0 \qquad \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sind komplanar

Spatprodukt:

1) $[a, b, c] = (a, b \quad c) = (a, -c \quad b)$
   $= -(a, c \quad b) = -[a, c, b]$
2) $[a, b, c] \quad [b, a, c]$ $\quad$ Vertauschen des 1. Vektors a im Allgemeinen nicht erlaubt
3) $a \quad (b \quad c) = (a, c) \ \ b - (a,b) \ \ c$
4) $(a \quad b) \quad c = (a, c) \ \ b - (b, c) \ \ a$
5) $(a \quad b)(c \quad b) = (a, c)|b|^2 - (a, b)(a,c)$
6) $(a \quad b) \ \ (c \quad b) = [a, b, c]b - [a, b, c]a$
7) $|a \quad b|^2 = |a|^2 \ \ |b|^2 - |(a, b)|^2$
8) $b \quad (a \quad b) = |b|^2 \ \ a - (a, b) \ \ b$
9) $|a \quad b|^2 = a \ \ (a \quad (a \quad b))$

Ebenen:

Parameter-Darstellung:

$\ \ = \{P|P = P_\varepsilon + \ \ \vec{a} + \ \ \vec{b}, \qquad R, \qquad R\}$

3-Punkt-Form:

$= \{P|P = P_\varepsilon + \ \ (\overrightarrow{P_\varepsilon P_a}) + \ \ (\overrightarrow{P_\varepsilon P_b}), \qquad R, \qquad R\}$

Nichtparametrische Darstellung:

$= \{P = (x\ y\ z)^T | n_1x + n_2y + n_3z = d\}$

Normalenvektor:

$$\vec{n} := \frac{\vec{a} \quad \vec{b}}{|\vec{a} \quad \vec{b}|}$$

Abstand eines Punktes von einer Ebene:

Der Abstand eines Punktes Q mit dem Ortsvektor $\vec{r}_Q$ von einer Ebene E mit der Gleichung $\vec{n} \ \ (\vec{r} - \vec{r}_1) = 0$ beträgt:

$$d = \frac{|\vec{n} \ \ (\vec{r}_Q - \vec{r}_1)|}{|\vec{n}|}$$

Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene:

Der Ortsvektor des Schnittpunktes S der Geraden g: $\vec{r}(\ \ ) = \vec{r}_1 + \ \ \vec{a}$ mit der Ebene E: $\vec{n} \ \ (\vec{r} - \vec{r}_0) = 0$ lautet:

$$\vec{r}_S = \vec{r}_1 + \frac{\vec{n} \ \ (\vec{r}_0 - \vec{r}_1)}{\vec{n} \ \ \vec{a}} \vec{a}$$

Schnittwinkel einer Geraden mit einen Ebene:

Der Schnittwinkel $\quad$ zwicshen einer Geraden mit dem Richtungsvektor $\vec{a}$ und einer Ebene mit dem Normalenvektor $\vec{n}$:

$$\ \ = \arcsin \frac{|\vec{n} \ \ \vec{a}|}{|\vec{n}| \ \ |\vec{a}|}$$

__Vektorräume:__
Lineare Unabhängigkeit von Vektoren:
$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \ldots + \vec{v}_n = \vec{0} \quad {}_1 = {}_2 = \ldots = {}_n = 0$
Erzeugendessystem:
Alle Vektoren lassen sich als LK darstellen.
Basis:
Vektoren sind ES und linear unabh.
Dimension:
Anzahl der Basisvektoren (dim(V))

__Affine Räume:__
Dimension = Dimension des zugehörigen Vektorraums

__Matrizen:__
Addition Komponentenweise, multiplikation mit Skalar Komponentenweise

Multiplikation:
Wenn die Anzahl der Spalten von A __nicht__ mit der Anzahl der Zeilen von B übereinstimmt so ist die Multiplikation A*B nicht erlaubt!

$$A*B = \begin{matrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{matrix} * \begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{matrix} = \begin{matrix} 8 & 13 & 5 \\ 5 & 8 & 3 \\ 5 & 9 & 4 \end{matrix}$$

$$(m \quad n) * (n \quad s) = (m \quad s)$$

Transponierte:

$$A = \begin{matrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{matrix} \qquad A^T = \begin{matrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{matrix}$$

A heißt __symetrisch__ ($A \quad M_{m\times m}$), falls gilt:
$A^T = A$
A heißt __orthogonal__ ($A \quad M_{m\times m}$), falls gilt:
$A^T * A = A * A^T = E_{(m)}$

Rang einer Matrix:
rg(A) = Anzahl der maximal linear unabh. Vektoren. Zeilenrang(A) = Spaltenrang(A)
Rangbestimmung mit GA

Folgende Operationen ändern den Rang einer Matrix nicht:
1) Vertauschen von Zeilen (Spalten)
2) Multiplikation von Zeilen (Spalten) mit einem Skalar (nicht 0)
3) Addition des Vielfachen einer Zeile (spalte) zu einer anderen

Inverse Matrix:
Sei $A \quad M_{n\times n}$ eine Matrix mit $\det(A) \quad 0$. Dann ist A^{-1}:
$A^{-1} * A = A * A^{-1} = E_{(n)}$

$$a_{ij}^* = \frac{|\vec{a}_1, \ldots, \vec{a}_{i-1}, \vec{e}_j, \vec{a}_{i+1}, \ldots, \vec{a}_n|}{\det(A)} \qquad \text{Adj}$$

$$A^{-1} = \frac{(\text{Adj})^T}{\det(A)}$$

bei n = 2:

$$A = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix} \qquad A^{-1} = \frac{\begin{matrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{matrix}}{\det(A)}$$

__Determinanten:__

$$D := \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} =: \det(A) = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

CR:
Wenn $\det(A) \quad 0$ ist, so sind die Lösungen x_i des GS $A * \vec{x} = \vec{b}$ wie folgt gegeben:

$$x_i = \frac{|\vec{a}_1, \ldots, \vec{a}_{i-1}, \vec{b}, \vec{a}_{i+1}, \ldots, \vec{a}_n|}{\det(A)}$$

Die Determinate der Matrix die man aus A erhält, wenn man die i-te Spalte duch $\vec{b}$ ersetzt.

LES: ($A \quad M_{m\times m}$)

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(-1)^{i+j} D_{ij}$$

(Entwicklung nach i-ter Zeile) D_{ij} = Determinante der Matrix, die man aus A durch Streichen der i-ten Zeile und j-ten Spalte erhält

Eigenschaften von Determinanten:
Sei $A = (\vec{a}_1, \ldots, \vec{a}_n) \quad M_{n\times n}$, d.h. $\vec{a}_i \quad R^n$. Dann gilt:

1) Ist $A = \begin{matrix} a_{11} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & a_{nn} \end{matrix}$ eine Diagonalmatrix, so ist
$\det(A) = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}$ (bei allen Diagonal-Matrizen)
2) $\det(\vec{a}_1, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \quad \vec{a}_i, \vec{a}_{i+1}, \ldots, \vec{a}_n) =$
$\det(\vec{a}_1, \ldots, \vec{a}_i, \ldots, \vec{a}_n)$
3) $\det(\quad A) = \det(\quad \vec{a}_1, \ldots, \quad \vec{a}_n) = {}^n * \det(A)$
4) Sind zwei Spalten von A linear abh., gilt also $\vec{a}_j = \quad \vec{a}_i$ für i j mit 0, so ist det(A)=0
5) Bei Vertauschung zweier Spalten von A ändert sich das Vorzeichen der D, d.h. es gilt:
$\det(\vec{a}_1, \ldots, \vec{a}_i, \ldots, \vec{a}_j, \ldots, \vec{a}_n) = -\det(\vec{a}_1, \ldots, \vec{a}_j, \ldots, \vec{a}_i, \ldots, \vec{a}_n)$
6) Addiert man zu einer Spalte von A das vielfache einer anderen Spalte von A, so ändert sich der Wert der D nicht!
7) $\det(\vec{a}_1, \ldots, \quad \vec{a} + \quad \vec{b}, \ldots, \vec{a}_n) = \det(\vec{a}_1, \ldots, \quad \vec{a}, \ldots, \vec{a}_n)$
$+ \det(\vec{a}_1, \ldots, \quad \vec{b}, \ldots, \vec{a}_n) = \quad \det(\vec{a}_1, \ldots, \vec{a}, \ldots, \vec{a}_n)$
$+ \quad \det(\vec{a}_1, \ldots, \vec{b}, \ldots, \vec{a}_n)$
8) Die Aussangen gelten auch für Spalten

Nützliche Regeln zum Rechnen mit Determinanten und Inversen:

1) $A = \begin{matrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ & \ddots & \vdots \\ 0 & & a_{nn} \end{matrix}$ $\quad \det(A) = \prod_{i=1}^{n} a_{ii} = a_{11} * a_{nn} * ... * a_{nn}$

2) $\begin{array}{c:c} A & C \\ \hdashline 0 & D \end{array}$ $\quad \det(A) * \det(D)$

3) $\det \begin{array}{c|c} A & C \\ \hline B & D \end{array} = \det(A) * \det(D - B*A^{-1}*C)$
falls A regulär ist

4) $A = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix}$ $\quad A^{-1} = \dfrac{\begin{matrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{matrix}}{\det(A)}$

5) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$

6) $\left|\begin{matrix} A & B & B & B \\ B & A & B & B \\ B & B & A & B \\ B & B & B & A \end{matrix}\right|_{\begin{matrix}1\\2\\ \vdots \\ n\end{matrix}} = \det(A - (n-1)B) * [\det(A-B)]^{n-1}$
falls A regulär

7) $\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline B^T & D \end{array}^{-1} = \begin{array}{c:c} A^{-1} + FH^{-1}F^T & -FH^{-1} \\ \hdashline -H^{-1}F^T & H^{-1} \end{array}$

falls A regulär
$H := D - B^T A^{-1} B$
$F := A^{-1} B$

8) $A = \begin{matrix} a_{11} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & a_{nn} \end{matrix}$ $\quad A^{-1} = \begin{matrix} \frac{1}{a_{11}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{a_{nn}} \end{matrix}$

<u>GS Zusammenfassung:</u>

1) $A \vec{x} = \vec{0}$
genau eine Lösung: rg(A) = n $\quad$ det(A) 0
$L = \{\vec{0}\}$
unendlich viele Lösungen: rg(A) < n (det(A) = 0)
Bestimmung der Lösung mit GA und rekursiv Lösen oder Matrizenschreibweise. Struktur des Lösungsraums: VR der Dimension n - rg(A)

$L = \{\vec{x} | \vec{x} = \sum_{i=1}^{n-r} \vec{z}_i \ \ _i\}$ $\vec{z}_i$ = Basis des VR

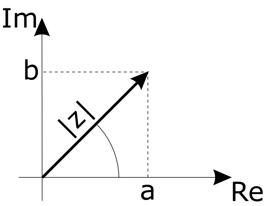
2) $A \vec{x} = \vec{b}$
nicht lösbar: rg(A) rg(A|$\vec{b}$)
eindeutig lösbar (genau eine Lösung):
rg(A) = rg(A|$\vec{b}$) = n. Lösung durch GA (rekursiv oder Matrizenschreibweise) bei m=n auch CR $\vec{x} = A^{-1}\vec{b}$. Struktur des Lösungsraum: L = ein Punkt
mehrdeutig lösbar (viele Lösungen):
rg(A) = rg(A|b) < n. Lösung durch GA (rekursiv oder Matrizenschreibweise)
Struktur des Lösungsraums: affiner Raum der Dim n - rg(a); $L = \{\vec{x} | \vec{x} = \vec{x}_p + \sum_{i=1}^{n-r} \vec{z}_i \ \ _i\}$

Spezielle Methoden zum Lösen von GS:
$A \vec{x} = \vec{b}$, A $M_{n \times n}$, det(A) 0
Es gibt genau eine Lösung.
1) Inverse A^{-1} verwenden: $\vec{x} = A^{-1}\vec{b}$ mit
$A^{-1} = \dfrac{((A_{ij}))^T}{\det(A)}$, $A_{ij} = (-1)^{i+j} D_{ij}$

2) CR verwenden: $x_i = \dfrac{\det(A_i)}{\det(A)}$, A_i entsteht aus A, wenn man die i-te Spalte in A durch $\vec{b}$ ersetzt.
3) Gaußscher Algorithmus (=Einsetzverf.)

<u>Komplexe Zahlen:</u>

NF: $\quad z = a + jb$
TF: $\quad z = |z|(\cos \quad + j \sin \quad)$
EF: $\quad z = |z| e^{j\varphi}$



Umrechnung:
$a = |z| \cos \quad$, $b = |z| \sin$
$|z| = \quad a^2 + b^2$

Addition:
In NF, wie bei reellen Zahlen. Entspricht der Vektoraddition.
Multiplikation:
Bequemer in EF: $z = z_1 z_2 = |z_1| e^{j\varphi 1} |z_2| e^{j\varphi 2}$
$= |z_1||z_2| e^{j(\varphi 1 + \varphi 2)}$
Division:
Entsprechen Multiplikation: $\dfrac{|z_1|}{|z_2|} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$
Potenzieren:
In EF: $z^n = (a e^{j\varphi})^n = a^n e^{j\varphi n}$
Logarithmieren (natürlicher Logarithmus):
1) Z wird in EF dargestellt: $z = a e^{j\varphi}$
2) Z wird erweitert: $z = a e^{j(k \cdot 2\pi + \varphi)}$, k Z beliebig
3) $\ln(z) = \ln(a e^{j(k \cdot 2\pi + \varphi)}) = \ln(a) + \ln(e^{j(k \cdot 2\pi + \varphi)})$
$= \ln(a) + j(k\,2 \quad + \quad)$, k Z (NF)
Der logarithmus einer komplexen Zahl hat viele Werte. Für k=0 Hauptwert.
Wurzelziehen:
k C heißt n-te Wurzel von z_0 C, falls gilt:
$z^n = z_0$
1) z und z_0 werden in EF dargestellt:
$z = |z| e^{j\varphi}$ $\ z_0 = |z_0| e^{j\varphi 0}$
2) z_0 wird erweitert (durch k 2) dargestellt:
$z_0 = |z_0| e^{j(\varphi 0 + k 2\pi)}$
3) Die Gleichung $z^n = z_0$ wird aufgelöst nach |z| und : Zwei komplexe Zahlen in EF sind gleich, wenn ihre Winkel und Beträge übereinstimmen:
$|z|^n = |z_0|$ und n $= \ _0 + k\,2 \quad$, k Z
$|z| = \sqrt[n]{|z_0|}$ und $= \dfrac{_0 + k\,2}{n}$, k Z
$z = \sqrt[n]{|z_0|}\, e^{j\varphi k}$, $\ _k = \dfrac{_0 + k\,2}{n}$, k Z
Es gibt n verschiedene Lösungen: k=0...n-1